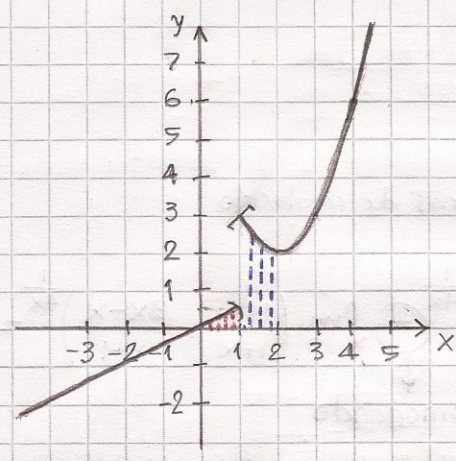


EJERCICIO 3: Calcular los límites laterales, y el límite de las siguientes funciones en los puntos indicados.

$$a) f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 + 2, & \text{si } x \geq 1 \\ \frac{1}{2}x, & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

Antes de empezar a calcular, veamos como es gráficamente esta función por tramos para poder comprender mejor cuál es el procedimiento utilizado en la resolución de un límite lateral.



Nos acercamos a 1 por izquierda

Nos acercamos a 1 por derecha

Como $f(x)$ está compuesta por un tramo para los $x \geq 1$ y por el otro tramo para los $x < 1$ a los límites laterales los calcularemos para:

• $x \rightarrow 1^+$, x tendiendo a 1 por derecha, es decir para $x \geq 1$.
Entonces el tramo utilizado es $(x-2)^2 + 2$.

• $x \rightarrow 1^-$, x tendiendo a 1 por izquierda, es decir para $x < 1$.
El tramo que se utiliza es $\frac{1}{2}x$.

Los límites laterales serán:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} [(x-2)^2 + 2] \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{2}x$$

Valores de 'x' a la derecha de 1, tramo: $(x-2)^2 + 2$

Nos acercamos a 1	si $x = 2 \rightarrow f(x) = 2$	x tiende a 3
	si $x = 1.5 \rightarrow f(x) = 2.25$	
	si $x = 1 \rightarrow f(x) = 3$	

entonces: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$ (A)

Valores de 'x' a la izquierda de 1, tramo: $\frac{1}{2}x$

Nos acercamos a 1	si $x = 0 \rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \cdot 0 = 0$	x tiende a 0
	si $x = 0.5 \rightarrow f(x) = 1/4$	
	si $x = 1 \rightarrow f(x) = 1/2$	

entonces: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$ (B)

Hasta acá calculamos los límites laterales.

Calculamos el límite. Para hacerlo se calculan los límites laterales (ya lo hicimos), si estos son iguales se concluye que el límite buscado vale lo que los límites laterales, si en cambio, los límites laterales son diferentes entonces el límite no existe.

Entonces, como (A) $\neq$ (B) concluimos:

$$\nexists \lim_{x \rightarrow 1} f(x).$$